

摘藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷二十三

詳校官主事

臣陳木

欽定四庫全書薈要卷一萬八百四十六

子部

御製數理精蘊下編卷二十三

體部一



立方

立方

立方者等邊六面之體積也以形而言雖為六面十二邊之所合以積而言則為自乘再乘之數因其縱橫與高俱相等故十二邊皆如一線得其一邊而十二邊莫不相同其積之也自線而面自面而體次第相乘而後得其全積其開之也必次第析之而後得其一邊是故古人立為方廡長廡之制每積三位而得邊之一位所謂一千商十定無疑三萬纔為三十餘九十九萬不離十百萬方為一百推是也其法先

從一角而剖其體以自一至九自乘再乘之數為方根與實相審量其足減者而定之是為初商初商減盡無餘則方根止一位若有餘實即初商方積外別成一缺角三面磬折體其附初商之三面者謂之方廉其附初商之三邊者謂之長廉其附初商之角者謂之隅廉有三故以三為廉法隅惟一而隅之三面即符於三長廉之端合三方廉三長廉一隅始合次商之數故商除之法以初商自乘三因為三方廉面積視初商餘實足方廉面積幾倍即定為次商乃以

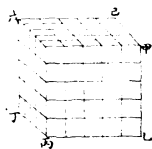
次商乘三長廉為三長廉面積又以次商自乘為小隅面積共合三方廉三長廉及一小隅面積以次商數乘之為次商廉隅之共積所謂初商方積外別成一缺角三面磬折體者是也如次商外尚有不盡之實則初商次商方積外仍為三方廉三長廉一小隅又成一三面磬折體但較前方廉愈大長廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照次商之例遞析之實盡而止如開至多位實仍不盡者必非自乘再乘之正數此開立方之定法也體形不一而容積皆以立

方為準故立方為算諸體之本諸體必通之立方而法乃可施也

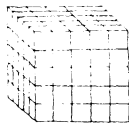
設如正方體積一百二十五尺開立方問每一邊數幾何

$$\begin{array}{r} \text{五} \\ \hline \text{二二} \\ \text{〇〇} \end{array}$$

法列正方體積一百二十五尺自末位起算每方積三位定方邊一位今積止有三位則於五尺上作記定單位以自一至九自乘再乘之方根數與之相審知與五尺自乘再乘之數恰合乃以五



尺書於方積五尺之上而以五尺自乘
 再乘之一百二十五尺書於方積原數
 之下相減恰盡即得開方之數為五尺
 也如圖甲乙丙丁戊己正方體形每邊
 皆五尺其中函一尺小方體一百二十
 五自邊計之為五尺自面計之則為五
 尺自乘之二十五尺自通體計之則為
 五尺自乘再乘之一百二十五尺以積
 開之則與五尺自乘再乘之數相準故



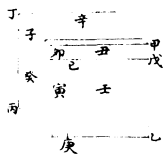
商除之恰盡也蓋方積為三位是以方
邊止一位方積即五尺自乘再乘之數
別無廉隅故不用次商如有餘實則自
成廉隅而用次商矣

設如正方體積一丈七百二十八尺開立方問每一
邊數幾何

法列正方體積一丈七百二十八尺自
末位起算每方積三位定方邊一位故
隔二位作記即於八尺上定尺位一丈

二八 二三八〇
二二 二二〇〇
七七 七七〇〇
三四 三四〇〇

百二十八尺足二尺即定次商為二尺
書於方積八尺之上而以初商之一十
尺與次商之二尺相乘得二十尺三因
之得六十尺為次商三長廡面積復以
次商二尺自乘得四尺為次商一小隅
面積合三方廡三長廡一小隅面積共
得三百六十四尺為廡隅共法書於餘
積之左以次商之二尺乘之得七百二
十八尺與餘積相減恰盡是開得一丈



二尺為正方體積每一邊之數也如圖

甲乙丙丁正方體形每邊皆一丈二尺

其中函積一丈七百二十八尺是為共

積其先從一角所分戊乙庚己方體每

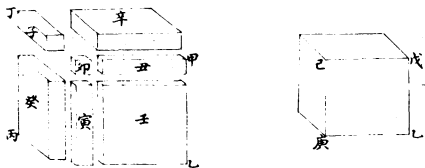
邊一丈即初商數其中函積亦一丈即

初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸

形三方體為三方廡其每邊一丈即初

商數其厚二尺即次商數而子形丑形

寅形三長方體為三長廡其每邊一丈



亦即初商數其闊其厚皆二尺亦即次
 商數方廡有三故三倍初商之自乘為
 廡法以定次商其卯形一小正方體為
 隅其長與闊與厚皆同為二尺亦即次
 商數故以次商為隅法合辛壬癸三方
 廡子丑寅三長廡卯一方隅而成一磬
 折體形附於初商自乘再乘之方體三
 面而成一甲乙丙丁之總正方體積此
 立方廡隅之法所由生也三商以後皆

倣此遞析開之

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{二} \end{array} \begin{array}{r} \text{八} \\ \text{二} \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} \text{三} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array} \begin{array}{r} \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array} \begin{array}{r} \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array} \end{array}$$

又法列積一丈七百二十八尺自末位起算作記定位同前乃截一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合則定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡乃以方邊末位餘積七百二十八尺續書於下為次商廉隅之共積而以初商之一丈作一十尺自乘得一

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cc} \text{二} & \text{二} \\ \text{一} & \text{八} \end{array} \\ \begin{array}{cc} \text{二} & \text{二} \\ \text{一} & \text{八} \end{array} \\ \hline \begin{array}{cc} \text{三} & \text{三} \\ \text{〇} & \text{〇} \end{array} \end{array}$$

百尺三因之得三百尺為次商三方廡面積即以三方廡面積三百尺除方積七百二十八尺足二尺則定次商為二尺書於方積八尺之上合初商為一丈二尺自乘再乘得一丈七百二十八尺與原積符合相減恰盡即定立方邊為一丈二尺也此法止用三方廡面積除立方體積得次商數即併初商數自乘再乘得數與原積相減雖為省去長廡

小隅一層然方邊位數少者還為簡易
至於方邊位數過四位以上則累次自
乘再乘反比遞折之理為煩矣

設如正方體積一十四萬八千八百七十七尺開立

方問每一邊數幾何

此題正方體積之六位皆以尺命位似與前題分丈尺者

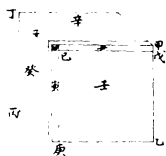
不同然其取方積三位續書于下其末位即命為單位立算則與丈尺同也

法列正方體積一十四萬八千八百七
十七尺自末位起算每方積三位定方
邊一位故隔二位作記乃於七尺上定

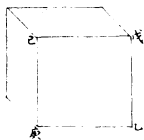
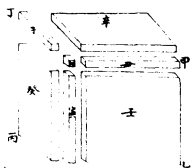
$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{五} \\
 \text{一四} \\
 \text{一二}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{八} \\
 \text{八七} \\
 \textcircled{五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{三} \\
 \text{七} \\
 \textcircled{七}
 \end{array} \\
 \hline
 \text{七九五九} \quad \text{〇} \quad \begin{array}{r}
 \text{二二} \\
 \text{〇〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{三八} \\
 \text{〇〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{七七} \\
 \text{〇〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{七七} \\
 \text{〇〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

單位八千尺上定十位其一十四萬八
 千尺為初商積以初商本位計之則八
 千尺為初商積之單位而一十四萬八
 千尺為一百四十八止與五自乘再乘
 之數相準即定初商為五書於方積八
 千尺之上而以五自乘再乘之一百二
 十五書於初商積之下相減餘二萬三
 千尺爰以方邊第二位餘積八百七十
 七尺續書於下共二萬三千八百七十

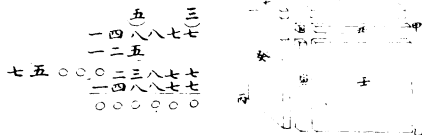
	(五)	(三)
一四	八八	七七
一二	五	
七九	五九	〇
	二	三
	八	七
	七	七
	〇	〇
	〇	〇



合三方廡三長廡一小隅面積共得七千九百五十九尺為廡隅共法書於餘積之左以次商之三尺乘之得二萬三千八百七十七尺與餘積相減恰盡是開得五十三尺為正方體積每一邊之數也如圖甲乙丙丁正方體形每邊五十三尺其中函積一十四萬八千八百七十七尺是為共積其從一角所分戊乙庚己方體每邊五十尺即初商邊數



其中函積一十二萬五千尺即初商自
乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方
體為三方廡其每邊五十尺即初商數
其厚三尺即次商數而子形丑形寅形
三長方體為三長廡其每邊五十尺亦
即初商數其闊其厚皆三尺亦即次商
數方廡有三故三倍初商之自乘為廡
法以定次商其卯形一小正方體為隅
其長與闊與厚皆同為三尺亦即次商



數故以次商為隅法合辛壬癸三方廡
子丑寅三長廡卯一方隅而成一磬折
體形附於初商自乘再乘之方體三面
而成一甲乙丙丁之總正方體積也

又法列積一十四萬八千八百七十七
尺自末位起算作記定位同前乃截一
十四萬八千尺為初商積與五十自乘
再乘之數相準則定初商五十尺書於
方積八千尺之上而以五十自乘再乘

				三	七
			八	七	七
	五	八	五	七	七
一	四	二	二	三	八
一	二	一	四	七	七
七	五	〇	〇	〇	〇

之一十二萬五千尺書於原積一十四
 萬八千之下相減餘二萬三千尺乃合
 第二位積八百七十七尺共二萬三千
 八百七十七尺為次商廉隅之共積而
 以初商五十尺自乘得二千五百尺三
 因之得七千五百尺為次商三方廉面
 積即以三方廉面積除方積二萬三千
 八百七十七尺足三尺即定次商為三
 尺書於方積七尺之上合初商共得五

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & & 5 & & 3 \\
 & & & & 1488 & & 77 \\
 & & & & 125 & & \\
 & & & & 0 & & 0 \\
 & & & & 2388 & & 77 \\
 & & & & 24 & & 0 \\
 & & & & 0 & & 0
 \end{array} \\
 7500
 \end{array}$$

十三尺自乘再乘得一十四萬八千八百七十七尺與原積符合相減恰盡即定立方邊為五十三尺也此法亦止用三方廡面積除立方體積得次商數即併初商數自乘再乘以減原積也

設如正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸開立方問每一邊數幾何

法列正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸自末位起算每方積三位定

一	二	三
一	八	六
六	〇	八
七	六	七
三	六	四
四	四	二
八	九	一
〇	〇	〇

方邊一位故隔二位作記即於七寸上
 定寸位空尺上定尺位一丈上定丈位
 其一丈為初商積與一丈自乘再乘之
 數相合即定初商為一丈書於方積一
 丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書
 於初商積之下相減恰盡爰以方邊第
 二位餘積八百六十尺續書於下為次
 商廉隅之共積乃以初商之一丈作一
 十尺自乘得一百尺三因之得三百尺

二 一八六〇八六七
一 〇八六〇
三六四 〇八六〇
七二八
四四二八九 〇
〇〇〇〇〇〇〇〇

為次商三方廡面積以除八百六十尺
足二尺即定次商為二尺書於方積空
尺之上而以初商之一十尺與次商之
二尺相乘得二十尺三因之得六十尺
為次商三長廡面積復以次商之二尺
自乘得四尺為次商一小隅面積合三
方廡三長廡一小隅面積共得三百六
十四尺為次商廡隅共法書於餘積之
左以次商之二尺乘之得七百二十八

二	二	三
一八	六六	六七
二	二	
三六四	八六〇	
四四二八九	三七〇	
	八八〇	
	二二〇	
	三三〇	

尺與次商廉隅共積相減餘一百三十
 二尺即一十三萬二千寸復以方邊第
 三位餘積八百六十七寸續書於下共
 一十三萬二千八百六十七寸為三商
 廉隅之共積乃以初商次商之一丈二
 尺作一百二十寸自乘得一萬四千四
 百寸三因之得四萬三千三百寸為三
 商三方廉面積以除一十三萬二千八
 百六十七寸足三寸即定三商為三寸

			四	五	六
			九	八	八
			四	一	一
			六	八	六
五	四	二	五	三	八
			三	〇	一
			二	七	二
六	一	五	六	三	六
			〇	三	八
				六	一
				九	二
				三	〇
				〇	〇

商積以初商本位計之則四百萬尺為
初商積之單位而九千四百萬尺為九
十四止與四自乘再乘之數相準即定
初商為四書於方積四百萬尺之上而
以四自乘再乘之六十四書於初商積
之下相減餘三千萬尺爰以方邊第二
位餘積八十一萬八千尺續書於下共
三千零八十一萬八千尺為次商廉隅
之共積以次商本位計之則八千尺為

	九	四	八	一	五	八	一	六
	六	四	一	八	五	一	六	
五	四	二	五					
	六	一	五	六	三	六	六	

次商積之單位而三千零八十一萬八千尺為三萬零八千一百一十八而初商之四即為四十乃以初商之四十自乘得一千六百三因之得四千八百為次商三方廡面積以除三萬零八千一百一十八足五倍即定次商為五書於方積八千尺之上而以初商之四十與次商之五相乘得二百三因之得六百為次商三長廡面積復以次商之五自乘得二十

		六		五		四	
		八		一		八	
		五		二		四	
		八		一		九	
		三		七		六	
		八		五		三	
		一		六		二	
		六		三		五	
		一		八		四	
		六		三		五	
		〇		〇		〇	

五為次商一小隅面積合三方廡三長
廡一小隅面積共得五千四百二十五
為次商廡隅共法書於餘積之左以次
商之五乘之得二萬七千一百二十五
與次商廡隅共積相減餘三百六十九
萬三千尺復以方邊末位餘積八百一
十六尺續書於下共三百六十九萬三
千八百一十六尺為三商廡隅之共積
以三商本位計之則積與邊皆仍為本

(四) (五) (六)

九四八一八六一六

六四

五四二五 三〇八一八
 二七一三五

六一五六三六 〇三六九三八一六
 三三六九三八一六

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

位乃以初商次商之四百五十尺自乘得二十萬零二千五百三因之得六十六萬零七千五百為三商三方廡面積以除三百六十九萬三千八百一十六尺足六倍即定三商為六書於方積六尺之上而以初商次商之四百五十與三商之六相乘得二千七百三因之得八千一百為三商三長廡面積復以三商之六自乘得三十六為三商一小隅面

積合三方廉三長廉一小隅面積共得
六十一萬五千六百三十六為三商廉
隅共法書於餘積之左以三商之六乘
之得三百六十九萬三千八百一十六
與三商廉隅共積相減恰盡是開得四
百五十六尺為正方體積每一邊之數
也

設如正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸開立方問每一邊數幾何

$$\begin{array}{r}
 \text{七} \quad \text{〇} \quad \text{三} \\
 \text{三四七四二八九二七} \\
 \text{三四三} \\
 \text{一四七六三〇九} \overline{) 004428927} \\
 \underline{004428927} \\
 0000000
 \end{array}$$

法列正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸自末位起算每隔二位作記即於七寸上定寸位八尺上定尺位七丈上定丈位其三百四十七丈為初商積與七丈自乘再乘之數相準即定初商為七丈書於方積七丈之上而以七丈自乘再乘之三百四十三丈書於初商積之下相減餘四丈即四千尺爰以方邊第二位餘積四百二

$$\begin{array}{r} \text{七} \quad \text{二} \quad \text{三} \\ \text{三四七} \quad \text{四二八} \quad \text{九二七} \\ \text{三四三} \\ \hline \text{一四七六三〇九} \quad \text{〇〇四四二八八九二七} \\ \text{〇〇四四二八八九二七} \\ \hline \text{〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇} \end{array}$$

即四百四十二萬八千九百二十七寸
為三商廉隅之共積仍以次商三方廉
面積一萬四千七百尺作一百四十七
萬寸為廉法以除四百四十二萬八千
九百二十七寸足三寸即定三商為三
寸書於方積七寸之上又以初商之七
丈為七百寸與三商之三寸相乘得二
千一百寸三因之得六千三百寸為三
商三長廉面積復以三商之三寸自乘

設如正方體積三千九百三十萬四千尺開立方問
每一邊數幾何

三 四
三九三 四
二七
二〇七六 一三三 四
一二三 四
〇 〇 〇 〇

法列正方體積三千九百三十萬四千
尺補三空位以足其分自末空位起算
每隔二位作記乃於空尺上定單位四
千尺上定十位九百萬尺上定百位其
三千九百萬尺為初商積以初商本位
計之則九百萬尺為初商積之單位而
三千九百為三十九止與三自乘再乘

三 四 〇
三九 三〇 四〇 〇
二七
三〇七六 一 二 三 〇 四
一 二 三 〇 四
〇 〇 〇 〇 〇

商之三十自乘得九百三因之得二千七百為次商三方廡面積以除餘積一萬二千三百零四足四倍即定次商為四書於方積四千尺之上又以初商之三十與次商之四相乘得一百二十三因之得三百六十為次商三長廡面積復以次商之四自乘得一十六為次商一小隅面積合三方廡三長廡一小隅面積共得三千零七十六為次商廡隅

三九三〇四〇〇〇
三二七二二三〇〇
三〇七六一〇〇〇
三〇七六一〇〇〇

共法書於餘積之左以次商之四乘之
得一萬二千三百零四與餘積相減恰
盡是開得三百四十尺為正方體積每
一邊之數也此法方積之末有三空位
故所得方邊之末亦補一空位凡設數
未至單位者皆依此例補足位分然後
開之

設如正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百
零四分開立方問每一邊數幾何

(一) (二) (三) (四)

二八七九〇八〇九〇四

二

三六四

〇八七九

七五八〇八〇七

四四二八九

一三二八六七

四五五三四七六

〇一八二一三九〇四

一八二一三九〇四

〇〇〇〇〇〇〇〇

法列正方體積一丈八百七十九尺零八寸九百零四分自末位起算每隔二位作記於四分上定分位空寸上定寸位九尺上定尺位一丈上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡爰以方邊第二位餘積八百七十九尺續書於下為次

(一) 一八七九〇八〇九〇四

三六四 〇八七九
 四四二八九 一五二八七
 四五五三四七六 一八二一三九四
 〇〇〇〇〇〇〇〇〇

御製數理精蘊下編

三	〇	〇	五
八〇	六	一五	〇一二五
八〇	〇	〇	〇
二二〇	三〇〇	二五〇	〇
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇

萬零一百二十五尺自末位起算每隔二位作記於五尺上定單位空千尺上定十位空百萬尺上定百位八十億尺上定千位其八十億尺為初商積以初商本位計之則八十億尺為初商積之單位而八十億尺為八止與二自乘再乘之數相合即定初商為二書於方積八十億尺之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減恰盡爰以方邊

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 \textcircled{二} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{五} \\
 八 & 〇 & 一 & 一 & 二 \\
 〇 & 六 & 五 & 〇 & 五 \\
 \hline
 一 & 二 & 〇 & 三 & 〇 & 〇 & 二 & 五
 \end{array} \\
 \begin{array}{ccccccc}
 〇 & 〇 & 〇 & 〇 & 〇 & 〇 & 〇 & 〇
 \end{array}
 \end{array}$$

第二位餘積六千萬尺續書於下為次
 商廉隅之共積以次商本位計之則空
 百萬尺為次商之單位而六千萬尺為
 六十而初商之二即為二十故以初商
 之二十自乘得四百三因之得一千二
 百為次商三方廉面積以除六十其數
 不足是次商為空位乃書一空於方積
 空百萬尺之上以存次商之位復以方
 邊第三位餘積一十五萬尺續書於下

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccccc}
 \textcircled{二} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{五} \\
 \textcircled{八} & \textcircled{〇} & \textcircled{一} & \textcircled{一} \\
 \textcircled{八} & \textcircled{六} & \textcircled{五} & \textcircled{二}
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccccccc}
 \textcircled{一} & \textcircled{二} & \textcircled{〇} & \textcircled{三} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{二} & \textcircled{五} \\
 \textcircled{〇} & \textcircled{六} & \textcircled{六} & \textcircled{〇} & \textcircled{一} & \textcircled{五} & \textcircled{〇} & \textcircled{一} \\
 \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

共六千零一十五萬尺為三商廉隅之
 共積以三商本位計之則空千尺為三
 商之單位而六千零一十五萬尺為六
 萬零一百五十而初商之二即為二百
 次商之空即為空十故以初商次商之
 二空作二百自乘得四萬三因之得十
 二萬為三商三方廉面積以除六萬零
 一百五十其數仍不足是三商亦為空
 位乃再書一空於方積空千尺之上以

[illegible]

存三商之位復以方邊末位餘積一百二十五尺續書於下共六千零一十五萬零一百二十五尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以初商次商三商之二千空百空十自乘得四百萬尺三因之得一千二百萬尺為四商三方廉面積以除六千零一十五萬零一百二十五尺足五尺即定四商為五尺書於方積五尺之

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccccc}
 & & \textcircled{二} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{五} \\
 & & \textcircled{八} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{一} & & \textcircled{二} \\
 & & \textcircled{八} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{五} & & \textcircled{五} \\
 \text{一} & \text{二} & \text{〇} & \text{三} & \text{〇} & \text{〇} & \text{二} & \text{五} & \text{〇}
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccccccc}
 & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} \\
 & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} \\
 & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} & & \textcircled{〇} \\
 \text{六} & \text{六} & \text{〇} & \text{〇} & \text{〇} & \text{〇} & \text{〇} & \text{〇} & \text{〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

上而以初商之二千尺與四商之五尺
 相乘得一萬尺三因之得三萬尺為四
 商三長廡面積復以四商之五尺自乘
 得二十五尺為四商一小隅面積合三
 方廡三長廡一小隅面積共得一千二
 百零三萬零二十五尺為四商廡隅共
 法書於餘積之左以四商之五尺乘之
 得六千零一十五萬零一百二十五尺
 與餘積相減恰盡是開得二千零五尺

為正方體積每一邊之數也此法商出
之方邊有二空位凡開立方遇此類者
皆依此例推之

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千
二百七十二尺開立方問每一邊數幾何

法列正方體積三十二億九千四百六
十四萬六千二百七十二尺自末位起
算每隔二位作記於二尺上定單位六
千尺上定十位四百萬尺上定百位三

[illegible]

本位計之則四百萬尺為次商積之單
位而二十二億九千四百萬尺為二千
二百九十四而初商之一即為一十乃
以初商之一十自乘得一百三因之得
三百為次商三方廡面積以除二千二
百九十四足七倍因定次商為七而以
初商之一十與次商之七相乘得七十
三因之得二百一十為次商三長廡面
積復以次商之七自乘得四十九為次

一 四 八 八
三 二 九 四 六 四 六 二 七 二

四三六	二	二九四	四	六	六				
六二二二四	一	二七四	四	六	四	六			
六六〇六七八四	〇	五九	七	九	二	七	二		
	〇	五	二	八	五	四	二	七	二
		〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

御製數理精蘊下編

	(一)	(二)	(三)	(四)	(五)	(六)	(七)	(八)
	三	二	九	四	六	四	二	七
四	三	六						
六	二	二	四					
六	六	〇	六	八	四			
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

而初商次商之一十四即為一百四十
 乃以初商之一百四十自乘得一萬九
 千六百三因之得五萬八千八百為三
 商三方廡面積以除五十五萬零六百
 四十六足九倍因定三商為九而以初
 商次商之一百四十與三商之九相乘
 得一千二百六十三因之得三千七百
 八十為三商三長廡面積復以三商之
 九自乘得八十一為三商一小隅面積

(一) 三二九四六四六二七二				(四) 三二九四六四六二七二				(八) 三二九四六四六二七二				(二) 三二九四六四六二七二			
四三六				四三六				四三六				四三六			
六二二二四				六二二二四				六二二二四				六二二二四			
六六六六七八四				六六六六七八四				六六六六七八四				六六六六七八四			

下共五千二百八十五萬四千二百七
 十二尺為四商廉隅之共積以四商本
 位計之則積與邊皆仍為本位乃以初
 商次商三商之一千四百八十尺自乘
 得二百一十九萬零四百三因之得六
 百五十七萬一千二百為四商三方廉
 面積以除五千二百八十五萬四千二
 百七十二足八倍即定四商為八書於
 方積二尺之上而以初商次商三商之

六六〇六七八四

三、

一倍者則改商必審其與廡隅共積相近小數始可為準也

設如有積一萬四千七百三十四尺開立方問每一邊數幾何

四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)
四(四) 三(三) 二(二) 一(一)

法列積一萬四千七百三十四尺自末位起算隔二位作記於四尺上定單位四千尺上定十位其一萬四千尺為初商積以初商本位計之則四千尺為初商積之單位而一萬四千為一十四止

	二	四
一	四	三
	七	四
	八	
一	六	三
四	五	四
五	八	
六	九	〇

與二自乘再乘之數相準即定初商為
 二書於方積四千尺之上而以二自乘
 再乘之八書於初商積之下相減餘六
 千尺爰以方邊第二位餘積七百三十
 四尺續書於下共六千七百三十四尺
 為次商廉隅之共積以次商本位計之
 則邊與積皆仍為本位而初商之二則
 為二十尺乃以初商之二十尺自乘得
 四百尺三因之得一千二百尺為次商

$$\begin{array}{r} \text{四} \text{ (四)} \\ \text{三} \text{ 七} \\ \text{二} \text{ (二)} \\ \text{一} \text{ 一} \\ \hline \text{一四五六} \text{ 〇} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{四} \text{ 三} \\ \text{三} \text{ 二} \\ \text{二} \text{ 八} \\ \text{一} \text{ 五} \\ \hline \text{〇九} \end{array}$$

三方廡面積以除方積六千七百三十
四尺足五尺乃以初商之二十尺與次
商之五尺相乘得一百尺三因之得三
百尺為次商三長廡面積復以次商之
五尺自乘得二十五尺為次商一小隅
面積合三方廡三長廡一小隅面積共
一千五百二十五尺為次商廡隅共法
以次商之五尺乘之得七千六百二十
五尺大於次商廡隅之共積是次商不

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & & \text{四} & \\
 & & \text{三} & \\
 & & \text{七} & \\
 \text{二} & & \text{四} & \\
 \text{一} & & &
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{cccc}
 & & \text{四} & \\
 & & \text{三} & \\
 & & \text{七} & \\
 & & \text{六} & \\
 \text{一} & & \text{四} & \\
 \text{四} & & \text{五} &
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{cccc}
 & & \text{四} & \\
 & & \text{二} & \\
 & & \text{五} & \\
 & & \text{八} & \\
 \text{〇} & & \text{九} &
 \end{array}
 \end{array}$$

可商五尺也乃改商四尺書於方積四
 尺之上而以初商之二十尺與次商之
 四尺相乘得八十尺三因之得二百四
 十尺為次商三長廡面積復以次商之
 四尺自乘得一十六尺為次商一小隅
 面積合三方廡三長廡一小隅面積共
 得一千四百五十六尺為次商廡隅共
 法書於餘積之左以次商之四尺乘之
 得五千八百二十四尺與餘積相減仍

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \text{二} \\ \text{一四} \end{array} \begin{array}{c} \text{四} \\ \text{七三} \end{array} \begin{array}{c} \text{五} \\ \text{四〇} \end{array} \begin{array}{c} \text{六} \\ \text{〇〇} \end{array} \\
 \begin{array}{c} \text{一四五六} \end{array} \begin{array}{c} \text{〇六七三四} \\ \text{五八二四} \end{array} \\
 \begin{array}{c} \text{一七六四二五} \end{array} \begin{array}{c} \text{〇九一〇〇〇〇} \\ \text{八八二一二五} \\ \text{〇二七八七五} \end{array}
 \end{array}$$

餘九百一十尺是開得二十四尺為方
 體每一邊之數仍餘九百一十尺不盡
 也如欲以餘數再開則得方邊之寸數
 乃增三空於總積之後復續書三空於
 九百一十尺之後為幾百幾十幾寸之
 位是則九百一十尺作九十一萬寸為
 三商廉隅之共積爰以初商次商之二
 十四尺作二百四十寸自乘得五萬七
 千六百寸三因之得一十七萬二千八

	(二)	(四)	(五)
	一四八	七三三	〇〇〇
一四五六	〇六五	七三八	四〇〇
一七六四二五	〇九八	一八二	〇〇〇
		〇二七	〇五五

百寸為三商三方廉面積以除餘積九
 十一萬寸足五寸即定三商為五寸書
 於餘積空寸之上而以初商次商之二
 百四十寸與三商之五寸相乘得一千
 二百寸三因之得三千六百寸為三商
 三長廉面積復以三商之五寸自乘得
 二十五寸為三商一小隅面積合三方
 廉三長廉一小隅面積共得一十七萬
 六千四百二十五寸為三商廉隅共法

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十	三十一	三十二	三十三	三十四	三十五	三十六	三十七	三十八	三十九	四十	四十一	四十二	四十三	四十四	四十五	四十六	四十七	四十八	四十九	五十	五十一	五十二	五十三	五十四	五十五	五十六	五十七	五十八	五十九	六十	六十一	六十二	六十三	六十四	六十五	六十六	六十七	六十八	六十九	七十	七十一	七十二	七十三	七十四	七十五	七十六	七十七	七十八	七十九	八十	八十一	八十二	八十三	八十四	八十五	八十六	八十七	八十八	八十九	九十	九十一	九十二	九十三	九十四	九十五	九十六	九十七	九十八	九十九	一百
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----

三長廡面積復以四商之一分自乘仍得一分為四商一小隅面積合三方廡三長廡一小隅面積共得一千八百零一萬四千八百五十一分為四商廡隅共法書於餘積之左以四商之一分乘之仍得一千八百零一萬四千八百五十一分與餘積相減仍餘九百八十六萬零一百四十九分不盡是開得二十四尺五寸一分為方體每一邊之數也

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{二八} \\
 \text{二二} \\
 \hline
 \text{一〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{八八} \\
 \text{二二} \\
 \hline
 \text{一〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{七七} \\
 \text{七七} \\
 \hline
 \text{一〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{三六四} \\
 \hline
 \text{一〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

塊之上而以初商之一十與次商之二
 相乘得二十三因之得六十為次商三
 長廡面積復以次商之二自乘得四為
 次商一小隅面積合三方廡三長廡一
 小隅面積共得三百六十四書於餘積
 之左以次商之二乘之得七百二十八
 與餘積相減恰盡是得所鋪亭數為一
 十二座也此法因所鋪之亭數與每行
 甄數相等是每行甄一十二塊其亭亦

一十二座雖非立方形而法則立方法也故用立方開之

設如有方倉一座共盛糧八百七十八石八斗問倉高幾何

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{三} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{二} \\
 \text{二} \\
 \text{一} \\
 \text{一}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{七} \\
 \text{九} \\
 \text{九} \\
 \text{九} \\
 \text{七} \\
 \text{七} \\
 \text{七}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{三} \\
 \text{九} \\
 \text{九}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{七} \\
 \text{七} \\
 \text{七}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{〇} \\
 \text{〇} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

法以每石定法二尺五百寸乘八百七十八石八斗得二千一百九十七尺為立方積用開立方方法開之其二千尺為初商積以初商本位計之則二千尺為初商積之單位止與一自乘再乘之數

$\begin{array}{r} \textcircled{三} \\ 七 \\ 九 \end{array}$ $\begin{array}{r} \textcircled{一} \\ 二 \\ 二 \end{array}$ $\begin{array}{r} \textcircled{一} \\ 二 \\ 二 \end{array}$ $\begin{array}{r} \textcircled{三} \\ 九 \\ 九 \end{array}$

相準即定初商為一書於方積二千之
 上而以一自乘再乘之一書於初商積
 之下相減餘一千尺爰以第二位餘積
 一百九十七尺續書於下共一千一百
 九十七尺為次商廉隅之共積而以初
 商之一作一十自乘得一百三因之得
 三百為次商三方廉面積以除一千一
 百九十七尺足三倍即定次商為三書
 於方積七尺之上而以初商之一十與

(三)七 七七
九 九九
一 一一
(一)二 二二
三 九九

次商之三相乘得三十三因之得九十
為次商三長廡面積復以次商之三自
乘得九為次商一小隅面積合三方廡
三長廡一小隅面積共得三百九十九
為次商廡隅共法書於餘積之左以次
商之三乘之得一千一百九十七尺與
餘積相減恰盡是開得方倉之高為一
十三尺也此法因糧是石法所問乃倉
之尺數故先將石變為尺而開立方即

得倉之高也

設如有方石一塊重二萬六千六百二十兩問每邊
尺寸幾何

三 二
一〇六四八
八
二六四八
二六四八
〇〇〇〇
一三二四

法以石之定率每寸重二兩五錢除二
萬六千六百二十兩得一萬零六百四
十八寸為立方積用開立方方法開之其
一萬寸為初商積以初商本位計之則
空千位為初商積之單位而一萬尺為
一十與二自乘再乘之數相準即定初

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 \text{二} & \text{一} & \text{六} & \text{四} \\
 \text{一} & \text{〇} & \text{八} & \text{〇}
 \end{array} \\
 \begin{array}{cccc}
 \text{一} & \text{三} & \text{二} & \text{四}
 \end{array}
 \end{array}$$

商為二書於空千寸之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減餘二千寸爰以第二位餘積六百四十八寸續書於下共二千六百四十八寸為次商廡隅之共積而以初商之二作二十自乘得四百三因之得一千二百為次商三方廡面積以除二千六百四十八寸足二倍即定次商為二書於方積八寸之上而以初商之二十與次商之二

$$\begin{array}{r}
 \text{三} \quad \text{三} \\
 \text{一〇六四八} \\
 \text{八} \\
 \hline
 \text{一三二四} \quad \text{〇三六四八} \\
 \text{二六四八} \\
 \hline
 \text{〇〇〇〇}
 \end{array}$$

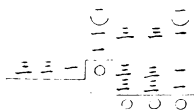
相乘得四十三因之得一百二十為次
 商三長廡面積復以次商之二自乘得
 四為次商一小隅面積合三方廡三長
 廡一小隅面積共得一千三百二十四
 為次商廡隅共法書於餘積之左以次
 商之二乘之得二千六百四十八寸與
 餘積相減恰盡是開得二十二寸為正
 方石每一邊之數也此法因石是兩數
 所問乃石之寸數故先將石之兩數變

為寸而開立方即得石之寸數也

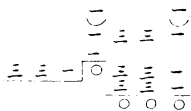
設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分欲作一方匣盛之問匣高幾何

$$\begin{array}{r}
 \text{二} \quad \text{二} \\
 \text{一} \quad \text{三} \quad \text{三} \quad \text{一} \\
 \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \\
 \text{三} \quad \text{三} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \\
 \hline
 \text{三} \quad \text{三} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{一} \\
 \hline
 \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇}
 \end{array}$$

法先以水銀定率每寸重一十二兩二錢八分除一萬六千三百四十四兩六錢八分得一千三百三十一寸為立方積用開立方方法開之其一千寸為初商積以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定



初商為一書於一千寸之上而以一自
 乘再乘之一書於方積一千寸之下相
 減恰盡爰以第二位餘積三百三十一
 寸續書於下為次商廣隅之共積而以
 初商之一作一十自乘得一百三因之
 得三百為次商三方廣面積以除三百
 三十一寸足一倍即定次商為一書於
 方積一寸之上而以初商之一十與次
 商之一相乘得一十三因之得三十為



次商三長廡面積復以次商之一自乘
 仍得一為一小隅面積合三方廡三長
 廡一小隅面積共得三百三十一為次
 商廡隅共法書於餘積之左以次商之
 一乘之仍得三百三十一與餘積相減
 恰盡是開得一十一寸為方匣之高也
 設如有方池一區其深與方相等容水四千零九十
 六尺問深幾何

法列四千零九十六尺為立方積用開

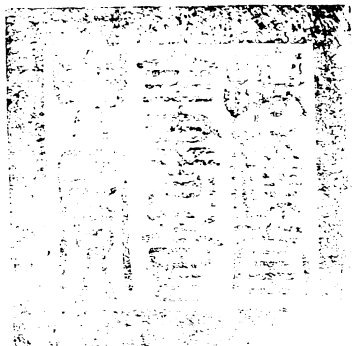
$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & & \text{六} & \text{六} \\
 & & \text{〇} & \text{九} \\
 & \text{一} & \text{四} & \text{二} \\
 \text{五} & \text{一} & \text{六} & \text{三} \\
 \hline
 & & \text{〇} & \text{〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

積以除三千零九十六尺可得十尺若
 商十尺則合於初商之數再合方廉長
 廉小隅面積必大於次商廉隅之共積
 可知故商九尺八尺七尺皆仍大於次
 商廉隅之共積乃改商六尺書於方積
 六尺之上而以初商之一十與次商之
 六相乘得六十三因之得一百八十為
 次商三長廉面積復以次商之六自乘
 得三十六為次商一小隅面積合三方

	一	〇	六
	四	九	六
	一		
五	一	〇	〇
六	三	九	六
	三	〇	六
	〇	〇	〇

廣三長廣一小隅面積共得五百一十
 六為次商廣隅共法書於餘積之左以
 次商之六乘之得三千零九十六與餘
 積相減恰盡是開得一十六尺為池之
 深也此法因池之深與方相等其所容
 水數即正方體積故立方開之得一邊
 之數即池之深也

御製數理精蘊下編卷二十三



總校官庶吉士臣張能照

校對官中官正臣郭長發

膳錄監生臣王鉞

繪圖監生臣李鈞